



TITLE:

14.ロトン間相互作用(「量子液体と量子固体の理論」研究会報告,基研短期研究会報告)

AUTHOR(S):

石川, 幸志

CITATION:

石川, 幸志. 14.ロトン間相互作用(「量子液体と量子固体の理論」研究会報告,基研短期研究会報告). 物性研究 1972, 18(6): G47-G49

ISSUE DATE:

1972-09-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/88502>

RIGHT:

14. ロトン間相互作用

名大・理 石 川 幸 志

ランダウの現象論的なロトン-フォノン相互作用を入れた，ロトンとフォノンの第2量子化されたハミルトニアン，

$$H_r = \sum_p \left\{ \Delta + \frac{(p - p_0)^2}{2\mu} \right\} a_p^* a_p$$

$$H_p = \sum_k c_k b_k^* b_k$$

$$\begin{aligned} H_{r-p} = & \sum_{p,q} \left\{ - \left(\mathbf{p} + \frac{\mathbf{q}}{2} \cdot \mathbf{q} \right) \sqrt{\frac{c}{2qp}} (b_q - b_{-q}^*) a_{p+q}^* a_p \right. \\ & + \frac{\partial \Delta}{\partial \rho} \sqrt{\frac{9\rho}{2c}} (b_q + b_{-q}^*) a_{p+q}^* a_p \\ & - \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p_0}{\partial \rho} \sqrt{\frac{q\rho}{2c}} (|\mathbf{p} + \mathbf{q}| + p - 2p_0) (b_q + b_{-q}^*) a_p^* a_{p+q} \\ & - \frac{1}{6\mu^2} \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \sqrt{\frac{q\rho}{2c}} \{ (|\mathbf{p} + \mathbf{q}| - p_0)^2 + (p - p_0)^2 \\ & \left. + (|\mathbf{p} + \mathbf{q}'| - p_0)(p - p_0) \} (b_q + b_{-q}^*) a_{p+q}^* a_p \right\} \\ & + \text{C. C.} \end{aligned} \quad (1)$$

から出発する。

フォノンを媒介とするロトン間相互作用を上の方のハミルトニアンから，摂動の第1近似で

$$H_{r-r} = \sum_{Q,p,p'} \left\{ \langle 0 | H_{r-p} \frac{1}{E_0 - H_0} | 0 \rangle a_{\frac{Q}{2}+p}^* a_{\frac{Q}{2}-p}^* a_{\frac{Q}{2}-p'} a_{\frac{Q}{2}+p'} \right\}$$

+ C. C. }

$$\equiv \sum_{Q, p, p'} W_Q(p, p') a_{\frac{Q}{2}+p}^* a_{\frac{Q}{2}-p}^* a_{\frac{Q}{2}-p'} a_{\frac{Q}{2}+p'} \quad (2)$$

の様に求める。ここで $|0\rangle$ はフォノンについての基底状態を表わす。

ラマン散乱で観測されている two roton bound state をつくるためには、全運動量 $Q=0$ ロトン間相互作用の d 成分が F にならなければならないことが Iwamoto によって示されているので、(2) 式のフォノンを媒介とするロトン間相互作用で $Q=0$ とおき、その d 成分が負であるかどうかを調べる。

(1) 式の $H_r - p$ 中の、現在までに d 成分が計算してある最初の 2 項 - ロトン間の dipole 型相互作用をつくる p^V 項と Cohen & Feynman のロトン間相互作用として求める $\frac{\partial A}{\partial \rho}$ 項 - まで入れた $Q=0$ のロトン間相互作用は

$$\begin{aligned} W_0(p, p') = & \left\{ \frac{c^2}{8\rho} (\mathbf{p} + \mathbf{p}' \cdot \mathbf{p} - \mathbf{p}')^2 \right. \\ & \left. - \left(\frac{\partial A}{\partial \rho} \right)^2 \frac{\rho}{2} |\mathbf{p} - \mathbf{p}'|^2 \right\} \\ & \times \frac{1}{c^2 |\mathbf{p} - \mathbf{p}'|^2 - \left\{ \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0)^2}{2\mu} - \frac{(\mathbf{p}' - \mathbf{p}_0)^2}{2\mu} \right\}^2} \\ & + \left\{ \frac{c^2}{8\rho} (\mathbf{p} - \mathbf{p}' \cdot \mathbf{p} + \mathbf{p}')^2 - \left(\frac{\partial A}{\partial \rho} \right)^2 \frac{\rho}{2} |\mathbf{p} + \mathbf{p}'|^2 \right\} \\ & \times \frac{1}{c^2 |\mathbf{p} + \mathbf{p}'|^2 - \left\{ \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0)^2}{2\mu} - \frac{(\mathbf{p}' - \mathbf{p}_0)^2}{2\mu} \right\}^2} \end{aligned}$$

となる。その d 成分として、

$$W_0^{l=2}(p, p') = \int_0^\pi W_0(p, p') p_2(\cos \theta) \sin \theta d\theta$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_{x_c}^1 dx \frac{c^2}{8\rho} (p-p')^2 \frac{(3x^2-1)}{4pp'c^2} \left\{ \frac{1}{A-x} + \frac{1}{A+x} \right\} \\
 &= - \frac{A}{6\rho pp'} \left\{ 3(1-x_c) + \frac{(3A^2-1)}{2A} \left\{ \ln \left| \frac{1-A}{1+A} \right| - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \ln \left| \frac{x_c-A}{x_c+A} \right| \right\} \right\} \quad (3)
 \end{aligned}$$

をうる。ここで、 $\theta_c(x_c)$ はフォノンの運動量に上限 $q_c (1A^{-1})$ があるために生ずる角度の制限で、

$$x_c = \frac{p^2 + p'^2 - q_c^2}{2pp'} \quad \text{であり、} A \text{ は}$$

$$A = \frac{c^2(p^2 + p'^2) - \frac{(p-p')^2}{\mu^2} \left(\frac{p+p'}{2} - p_0 \right)^2}{2pp'c^2}.$$

で与えられるパラメータである。

(3式より、 $p=p'$ で $W_0^{\ell=2}(p, p')$ は 0 となり、 $p \neq p'$ では $1.0 A^{-1} < p, p' < 2 \cdot 2 A^{-1}$ 間で(3)の〔 〕の中が負になるために、 $W_0^{\ell=2}(p, p') > 0$ であることがわかる。従って上の結果からはフォノンを媒介にするロトン間相互作用の long range からの寄与ではラマン散乱の two roton bound state をつくりえないことがわかった。